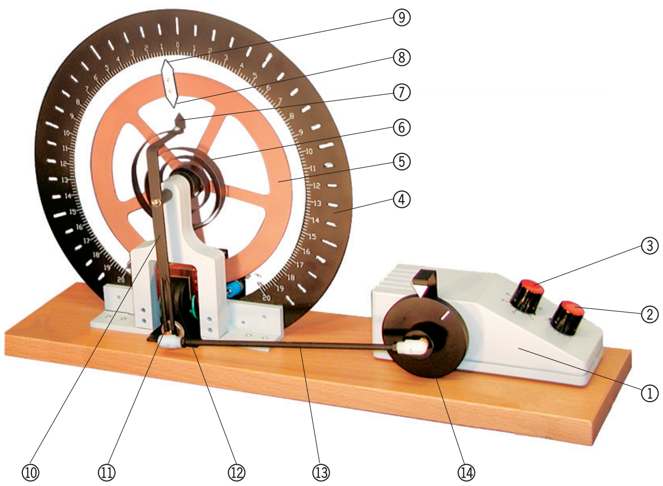
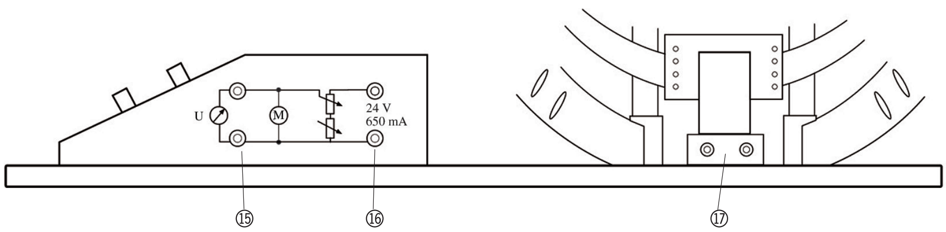
Péndulo oscilatorio según Pohl 1002956

Instrucciones de uso

06/18 ALF



① Motor de excitación
② Botón para ajuste fino de la tensión de excitación
③ Botón para ajuste grueso de la tensión de excitación
④ Anillo graduado
⑤ Cuerpo pendular
⑥ Muelle espiral
⑦ Indicador de la posición de fase del excitador
⑧ Indicador de la posición de fase del péndulo
⑨ Indicador de desviación del péndulo
⑩ Excitador
⑪ Freno de corrientes parásitas
⑫ Ranura guía y tornillo para el ajuste de la amplitud de excitación
⑬ Biela
⑭ Rueda con palanca excéntrica
⑮ Clavijeros de seguridad de 4 mm para medición de la tensión de excitación
⑯ Clavijeros de seguridad de 4 mm para alimentación del motor de excitación
⑰ Clavijeros de seguridad de 4 mm para alimentación del freno de corrientes parásitas



El péndulo oscilatorio sirve para el estudio de oscilaciones libres, forzadas y caóticas frente a diferentes atenuaciones.

Temas experimentales:

- Oscilaciones torsionales libres con distintas atenuaciones (caso oscilante con atenuación media, oscilación no periódica y caso límite no periódico)
- Oscilaciones forzadas y sus características de resonancia frente a diferentes atenuaciones
- Desfase entre excitador y resonador en caso de resonancia
- Oscilaciones torsionales caóticas
- Determinación estática de la magnitud de referencia D
- Determinación dinámica del momento de inercia J

1. Aviso de seguridad

- ¡Al retirar el péndulo oscilatorio de su embalaje no se lo debe tomar por el anillo graduado! ¡Peligro de daño! ¡El equipo siempre se debe retirar con ayuda de material auxiliar (envoltura interna)!
- Para transportar el péndulo oscilatorio se lo debe sujetar siempre de la placa base.
- No se debe sobrepasar la máxima tensión de alimentación permitida del motor de excitación (24 V c.c.).
- El péndulo oscilatorio no se debe someter a esfuerzos mecánicos innecesarios.

2. Descripción, datos técnicos

El péndulo según Pohl se compone de un sistema oscilatorio, montado sobre una placa base de madera, y de un motor eléctrico. El sistema oscilatorio consta de un rueda de cobre (5) asentada sobre un rodamiento de bolas y conectada a la varilla de excitación por medio de un muelle espiral (6), que suministra el momento de retroceso. Para la excitación del péndulo oscilatorio se utiliza un motor de corriente continua, con velocidad de giro de ajuste grueso y fino, el cual

presiona y estira el muelle espiral, en secuencias periódicas, por medio de una palanca excéntrica (14), dotada de una biela (13), provocando de esta manera la oscilación de la rueda de cobre. Para la atenuación se emplea un freno electromagnético de corrientes parásitas (11). Un anillo graduado (4), con ranuras y escala con división de 2 mm, rodea el sistema oscilatorio; los indicadores se encuentran en el excitador y el resonador.
El equipo también se puede utilizar para experimentos de demostración con proyección de sombras.

Frecuencia propia:	aprox. 0,5 Hz.
Frecuencia de excitación:	0 a 1,3 Hz
	(ajuste continuo)
Conexiones:	
Motor:	máx. 24 V c.c., 0,7 A, a través de clavijeros de seguridad de 4 mm
Freno de corrientes parásitas:	0 a 20 V c.c., máx. 2 A, a través de clavijeros de seguridad de 4 mm
Anillo graduado:	300 mm Ø
Dimensiones:	400 mm x 140 mm x 270 mm
Peso:	4 kg

2.1 Volumen de suministro

1 péndulo oscilatorio
2 pesas adicionales de 10 g
2 pesas adicionales de 20 g

3. Fundamentos teóricos

3.1 Símbolos empleados

D = magnitud de referencia angular
J = momento de inercia de masa
M = momento de giro de retroceso
T = duración de periodo
T_0 = duración de periodo del sistema sin atenuación
T_d = duración de periodo del sistema con atenuación
$\widehat{M}_E$ = amplitud del momento de giro del excitador
b = momento de atenuación
n = cantidad de periodos
t = tiempo
Λ = decremento logarítmico
δ = constante de atenuación
φ = ángulo de desviación
$\widehat{\varphi}_0$ = amplitud para tiempo t = 0 s
$\widehat{\varphi}_n$ = amplitud tras n periodos
$\widehat{\varphi}_E$ = amplitud del excitador
$\widehat{\varphi}_S$ = amplitud del sistema
ω_0 = frecuencia propia del sistema oscilatorio
ω_d = frecuencia propia del sistema amortiguado
ω_E = frecuencia angular del excitador
$\omega_{E\,res}$ = frecuencia angular del excitador para la máx. amplitud
Ψ_{0S} = ángulo de fase cero del sistema

3.2 Oscilación torsional armónica

Una oscilación armónica se presenta cuando la fuerza de reacción es proporcional a la desviación. En el caso de las oscilaciones torsionales armónicas, el par de giro de retroceso es proporcional al ángulo de desviación φ:

$$M = D \cdot \varphi$$

El factor de proporcionalidad D (magnitud de referencia angular) se puede calcular a partir de la medición del ángulo de desviación y del momento de desviación.
La frecuencia angular propia del sistema ω_0 se obtiene de la medición de la duración de periodo T a partir de:

$$\omega_0 = 2\,\pi/T\,,$$

mientras que el momento de inercia de masa J se obtiene de:

$$\omega_0^2 = \frac{D}{J}$$

3.3 Oscilación torsional sin amortiguación

En un sistema oscilatorio cuya energía decrece debido a las pérdidas por fricción, sin que dicha energía se vea compensada por una alimentación externa, la amplitud disminuye constantemente, esto es, la oscilación sufre una amortiguación.
En este caso, el momento de amortiguación b es proporcional a la velocidad angular $\dot{\varphi}$.
Partiendo del equilibrio del momento se obtiene la ecuación de movimiento:

$$J \cdot \ddot{\varphi} + b \cdot \dot{\varphi} + D \cdot \varphi = 0$$

En el caso de la oscilación sin amortiguación, b es igual a 0.
Si con el tiempo t = 0 s, la oscilación se inicia con la amplitud máxima $\widehat{\varphi}_0$, se obtiene la solución de la ecuación diferencial con una amortiguación no muy elevada ($\delta^2 < \omega_0^2$) (caso oscilante)

$$\varphi = \widehat{\varphi}_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_d \cdot t)$$

$\delta = b/2\,J$ es la constante de amortiguación y

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

la frecuencia propia del sistema amortiguado.
Frente a una amortiguación fuerte ($\delta^2 > \omega_0^2$) el sistema no oscila, sino que se arrastra hacia el estado de reposo.
Frente a una amortiguación no muy fuerte, la duración de periodo T_d del sistema oscilante varía de manera mínima en relación al periodo T_0 del sistema oscilante no amortiguado.
Si se sustituye $t = n \cdot T_d$ en la ecuación

$$\varphi = \widehat{\varphi}_0 \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_d \cdot t)$$

y para la amplitud tras n periodos $\varphi = \widehat{\varphi}_n$, se obtiene lo siguiente, con la relación $\omega_d = 2\pi/T_d$

$$\frac{\widehat{\varphi}_n}{\widehat{\varphi}_0} = e^{-n \cdot \delta} \cdot T_d$$

y, a partir de ello, el decremento logarítmico Λ:

$$\Lambda = \delta \cdot T_d = \frac{1}{n} \cdot ln\left[\frac{\widehat{\varphi}_n}{\widehat{\varphi}_0}\right] = ln\left[\frac{\widehat{\varphi}_n}{\widehat{\varphi}_{n+1}}\right]$$

Si se reemplaza $\delta = \Lambda / T_d$, $\omega_0 = 2\pi / T_0$ y $\omega_d = 2\pi / T_d$ en la ecuación

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

se obtiene:

$$T_d = T_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{\Lambda^2}{4\pi^2}}$$

con lo que se puede calcular exactamente la duración del periodo T_d, si se conoce el valor de T_0.

3.4 Oscilación torsional forzada

Las oscilaciones torsionales forzadas se generan cuando, sobre el sistema oscilante, actúa externamente un par de giro de variación periódica con una función sinusoidal. Se debe sustituir este momento de excitación en la ecuación de movimiento

$$J \cdot \ddot{\varphi} + b \cdot \dot{\varphi} + D \cdot \varphi = \widehat{M}_E \cdot sin(\omega_E \cdot t)$$

Una vez transcurrido el tiempo de establecimiento de la oscilación, el péndulo oscilatorio alcanza un estado estacionario con la misma frecuencia angular que la del excitador, siendo incluso factible que ω_E se encuentre desfasada en relación a ω_0. Ψ_{0S} es el ángulo de fase cero del sistema, el desfase entre el sistema oscilante y el excitador.

$$\varphi = \widehat{\varphi}_S \cdot \sin(\omega_E \cdot t - \Psi_{0S})$$

Para la amplitud $\widehat{\varphi}_S$ es válido lo siguiente:

$$\widehat{\varphi} = \frac{\frac{\widehat{M}_E}{J}}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_E^2\right)^2 + 4\delta^2 \cdot \omega_E^2}}$$

Para la relación entre la amplitud del sistema y la del excitador se aplica:

$$\frac{\widehat{\varphi}_S}{\widehat{\varphi}_E} = \frac{\frac{\widehat{M}_E}{J}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega_E}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{\delta}{\omega_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{\omega_E}{\omega_0}\right)^2}}$$

En el caso de las oscilaciones no amortiguadas, si se presenta el caso de resonancia (ω_E es igual a ω_0), teóricamente, la amplitud aumenta hasta el infinito, lo cual produciría la destrucción del sistema.

Con oscilaciones atenuadas por una amortiguación no demasiado fuerte, se alcanza la máxima amplitud del sistema, siendo la frecuencia angular del excitador $\omega_{E\,res}$ menor que la frecuencia angular propia del sistema. Esta frecuencia se obtiene a partir de:

$$\omega_{Eres} = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{2\delta^2}{\omega_0^2}}$$

Si se tiene una amortiguación fuerte, no se producen excesos de amplitud.

Para el ángulo de fase cero Ψ_{0S} del sistema es válido:

$$\Psi_{0S} = arctan\left(\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega_\omega^2}\right)$$

Para $\omega_E = \omega_0$ (resonancia), el ángulo de fase cero Ψ_{0S} del sistema es igual a 90°. Esto también es válido para $\delta = 0$, en donde la oscilación sobrepasa su valor límite.

Con oscilaciones amortiguadas ($\delta > 0$) y $\omega_E < \omega_0$ se obtiene $0° \le \Psi_{0S} \le 90°$, para $\omega_E > \omega_0$ es válido $90° \le \Psi_{0S} \le 180°$.

Con oscilaciones no amortiguadas ($\delta = 0$) es válido $\Psi_{0S} = 0°$ con $\omega_E < \omega_0$ y $\Psi_{0S} = 180°$ para $\omega_E > \omega_0$.

4. Servicio

4.1 Oscilación torsional de amortiguación libre

- Conectar el freno de corrientes parásitas a la salida de tensión regulable de la fuente de alimentación del péndulo oscilatorio.
- Conectar el amperímetro al circuito de corriente.
- Determinar la constante de amortiguación en función de la corriente.

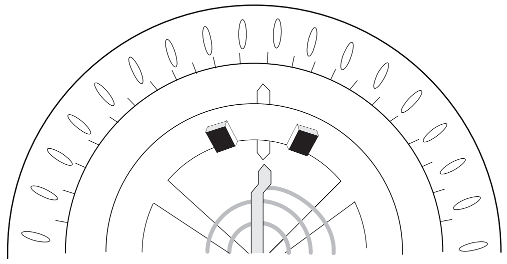
4.2 Oscilación torsional forzada

- Conectar el clavijero (16) del motor de excitación a la salida de tensión fija de la fuente de alimentación del péndulo oscilatorio.
- Conectar el voltímetro a los clavijeros de conexión (15) del motor de excitación.
- Determinar la amplitud de oscilación en función de la frecuencia del excitador o de la tensión de alimentación.
- En caso de ser necesario, conectar el freno de corrientes parásitas a la salida de tensión ajustable de la fuente de alimentación del péndulo oscilatorio.

4.3 Oscilaciones caóticas

- Para generar oscilaciones caóticas se dispone de 4 pesas adicionales que varían el momento lineal de retroceso del péndulo oscilatorio.

- Lo anterior se realiza atornillando las pesas al cuerpo del péndulo (5).



5. Ejemplos de experimentos

5.1 Oscilación torsional de amortiguación libre

- Para determinar el decremento logarítmico Λ se miden y se promedian las amplitudes de varios ciclos, para lo cual se leen las oscilaciones del péndulo tanto a la derecha como a la izquierda de la escala.
- El punto de partida del cuerpo pendular se encontraba en 15, ó bien en –15, de la escala. Se leyeron cinco oscilaciones.
- A partir de la relación de amplitud se obtiene Λ de acuerdo con la fórmula:

$$\Lambda = In\left[\frac{\widehat{\varphi}_{n}}{\widehat{\varphi}_{n+1}}\right]$$

n	$\widehat{\varphi}$ –				$\widehat{\varphi}$ +			
0	–15	–15	–15	–15	15	15	15	15
1	–14,8	–14,8	–14,8	–14,8	14,8	14,8	14,8	14,8
2	–14,4	–14,6	–14,4	–14,6	14,4	14,4	14,6	14,4
3	–14,2	–14,4	–14,0	–14,2	14,0	14,2	14,2	14,0
4	–13,8	–14,0	–13,6	–14,0	13,8	13,8	14,0	13,8
5	–13,6	–13,8	–13,4	–13,6	13,4	13,4	13,6	13,6

n	Ø $\widehat{\varphi}$ –	Ø $\widehat{\varphi}$ +	Λ –	Λ +
0	–15	15		
1	–14,8	14,8	0,013	0,013
2	–14,5	14,5	0,02	0,02
3	–14,2	14,1	0,021	0,028
4	–13,8	13,8	0,028	0,022
5	–13,6	13,5	0,015	0,022

- El valor promedio de Λ es igual a 0,0202.
- Para la duración de oscilación T del péndulo es válido $t = n \cdot T$. Medir para ello, con un cronómetro, el tiempo necesario para 10 oscilaciones y calcular el valor de T.

$T = 1{,}9$ s

- A partir de estos valores se puede determinar la constante de amortiguación δ por medio de δ = Λ /T.

$\delta = 0{,}0106\ \text{s}^{-1}$

- Para la frecuencia propia ω es válido

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 - \delta^2}$$

$\omega = 3{,}307$ Hz

5.2 Oscilación torsional de amortiguación libre

- Para determinar la constante de amortiguación δ en función de la corriente I que fluye por los electroimanes, se realizó el mismo experimento conectándose adicionalmente el freno de corrientes parásitas con I = 0,2 A, 0,4 A y 0,6 A.

I = 0,2 A

n	$\widehat{\varphi}$ –				Ø $\widehat{\varphi}$ –	Λ –
0	–15	–15	–15	–15	–15	
1	–13,6	–13,8	–13,8	–13,6	–13,7	0,0906
2	–12,6	–12,8	–12,6	–12,4	–12,6	0,13
3	–11,4	–11,8	–11,6	–11,4	–11,5	0,0913
4	–10,4	–10,6	–10,4	–10,4	–10,5	0,0909
5	9,2	–9,6	–9,6	–9,6	–9,5	0,1

- Con T = 1,9 s y el valor promedio Λ = 0,1006 se obtiene la constante de amortiguación: δ = 0,053 s^{-1}

I = 0,4 A

n	$\widehat{\varphi}$ –				Ø $\widehat{\varphi}$ –	Λ –
0	–15	–15	–15	–15	–15	
1	–11,8	–11,8	–11,6	–11,6	–11,7	0,248
2	–9,2	–9,0	–9,0	–9,2	–9,1	0,25
3	–7,2	–7,2	–7,0	–7,0	–7,1	0,248
4	–5,8	–5,6	–5,4	–5,2	–5,5	0,25
5	–4,2	–4,2	–4,0	–4,0	–4,1	0,29

- Con T = 1,9 s y el valor promedio Λ = 0,257 se obtiene la constante de amortiguación: δ = 0,135 s^{-1}

I = 0,6 A

n	$\widehat{\varphi}$ –				Ø $\widehat{\varphi}$ –	Λ –
0	–15	–15	–15	–15	–15	
1	–9,2	–9,4	–9,2	–9,2	–9,3	0,478
2	–5,4	–5,2	–5,6	–5,8	–5,5	0,525
3	–3,2	–3,2	–3,2	–3,4	–3,3	0,51
4	–1,6	–1,8	–1,8	–1,8	–1,8	0,606
5	–0,8	–0,8	–0,8	–0,8	–0,8	0,81

- Con T = 1,9 s y el valor promedio Λ = 0,5858 se obtiene la constante de amortiguación: δ = 0,308 s^{-1}

5.3 Oscilación torsional forzada

- Para determinar la amplitud de oscilación en función de la frecuencia del excitador, o bien de la tensión de alimentación, se lee la máxima oscilación del cuerpo pendular.

T = 1,9 s

Tensión del motor V	$\widehat{\varphi}$
3	0,8
4	1,1
5	1,2
6	1,6
7	3,3
7,6	20,0
8	16,8
9	1,6
10	1,1

- La frecuencia circular propia del sistema ω_0 se obtiene de la medición de la duración de periodo T a partir de:

  $\omega_0 = 2\,\pi/T = 3{,}3069$ Hz
- Con una tensión del motor de 7,6 V se presenta la mayor desviación, esto es, se presenta el caso de resonancia.
- A continuación se llevó a cabo el mismo experimento con la presencia adicional del freno de corrientes parásitas con I = 0,2 A, 0,4 A y 0,6 A.

I = 0,2 A

Tensión del motor V	$\widehat{\varphi}$
3	0,9
4	1,1
5	1,2
6	1,7
7	2,9
7,6	15,2
8	4,3
9	1,8
10	1,1

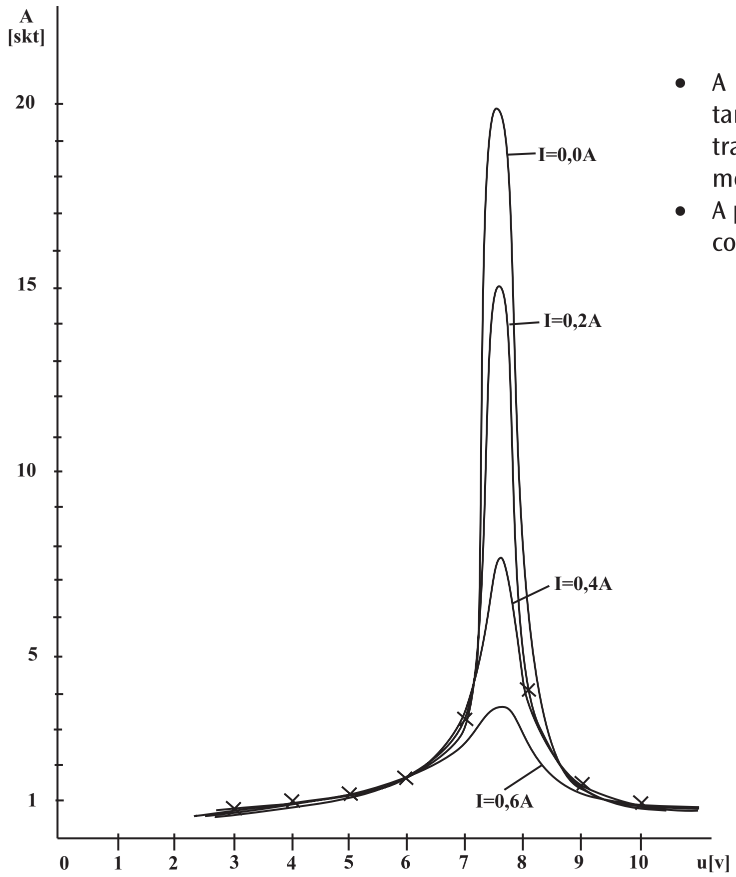
I = 0,4 A

Tensión del motor V	$\widehat{\varphi}$
3	0,9
4	1,1
5	1,3
6	1,8
7	3,6
7,6	7,4
8	3,6
9	1,6
10	1,0

I = 0,6 A

Tensión del motor V	$\widehat{\varphi}$
3	0,9
4	1,1
5	1,2
6	1,6
7	2,8
7,6	3,6
8	2,6
9	1,3
10	1,0

- A partir de estas mediciones se pueden representar gráficamente las características de resonancia, trazando la amplitud en función de la tensión del motor.
- A partir del valor promedio del ancho de los gráficos se puede obtener la frecuencia de resonancia.



Curvas de resonancia